CAPÍTULO 6º: CÁLCULO RELACIONAL

1 ***Introducción*** .-

El Álgebra relacional representa un procedimiento para manipular datos dentro del Modelo Relacional. Las consultas, en Álgebra relacional se realizan mediante una serie de operadores que permiten expresar el procedimiento para construir una determinada relación a partir de las relaciones que componen la base de datos.

El Cálculo relacional proporciona un método de manipulación de los datos que, a diferencia del Álgebra relacional, permite definir la relación deseada sin dar un procedimiento específico para obtenerla. Álgebra y Cálculo relacional son totalmente equivalentes en el sentido de que para una expresión del álgebra existe una expresión del cálculo y viceversa.

El Cálculo relacional puede enfocarse desde dos vertientes: *Cálculo relacional de Tuplas* y *Cálculo relacional de dominios*.

2 ***Cálculo relacional de Tuplas*** .-

Una ***consulta*** en el cálculo relacional de tuplas se expresa como el conjunto de todas las tuplas **t** de una relación tal que el predicado ***P*** es verdadero para **t**:

$$\{t \mid P(t)\}$$

Donde **t** representa una *variable de tupla* y ***P*** una *fórmula* en la que pueden aparecer varias variables de tupla.

Una ***variable de tupla*** **t** es una variable que recorre una relación **R**, o, lo que es lo mismo, una variable cuyos únicos valores permitidos son las tuplas de una relación. Pueden ser libres o acotadas.

Se dice que una variable de tupla es ***libre*** cuando no se encuentra cuantificada (esto es, no existe una limitación definida por un $\exists$ (Existe) o por un $\forall$ (Para todo)). En caso contrario se denomina ***acotada*** o ***límite***.

Los componentes de una fórmula pueden tener una de las siguientes formas:

1º.- $t \in R$

Donde **t** es una variable de tupla y **R** una relación.

Indica que la tupla **t** ***pertenece*** a la relación **R**, es decir, la tupla está en la relación.

2° **t[A] Θ s[B]**

Donde **t** y **s** son dos variables de tuplas, **A** es un atributo sobre el que está definida la tupla **t**, **B** es una atributo sobre el que está definida la tupla **s** y Θ es un ***operador de comparación*** (< , ≤ , = , >, ≥). Los atributos deben pertenecer a dominios cuyos elementos puedan compararse mediante el operador Θ.

Por **t[A]** se denota el valor de la variable **t** en el atributo ***A***.

3° **t[A] Θ c**

Donde **t** es una variable de tupla, ***A*** es un atributo sobre el que está definida **t**, Θ es un operador de comparación y c es una constante en el dominio del atributo ***A***.

Los signos de operación y su significado es el siguiente:

$\exists$; $\neg\exists$	Existe; No existe
$\forall$	Para todo
$\in$; $\notin$	Pertenece a; no pertenece a
$\vee$	OR
$\wedge$	AND
$\neg$	Negación
$\Rightarrow$	Implicación directa
$\Leftarrow$	Implicación inversa
$\Leftrightarrow$	Implicación recíproca

Para construir una fórmula a partir de las formas y los signos de operación anteriores se deben tener en cuenta las siguientes reglas:

- Cada uno de los componentes descritos es una fórmula
- Si $\mathbf{P_1}$ es una fórmula, también los son $\neg$ $\mathbf{P_1}$ y $\mathbf{(P_1)}$
- Si $\mathbf{P_1}$ y $\mathbf{P_2}$ son fórmulas, también lo son $\mathbf{P_1} \wedge \mathbf{P_2}$; $\mathbf{P_1} \vee \mathbf{P_2}$ y $\mathbf{P_1} \Rightarrow \mathbf{P_2}$

• Si P(t) es una fórmula que contiene una variable de tupla libre t y R representa una relación, Entonces:

$$\exists \mathbf{t} \in \mathbf{R(P(t))} \quad \text{y} \quad \forall \mathbf{t} \in \mathbf{R(P(t))}$$

son también fórmulas.

- Son expresiones absolutamente equivalentes:

$$\mathbf{P_1 \wedge P_2 \Leftrightarrow \neg(\neg P_1 \vee \neg P_2)}$$

$$\mathbf{\forall\, t \in R(P_1(s)) \Leftrightarrow \neg \exists\ t \in R(\neg P_1(s))}$$

$$\mathbf{P_1 \Rightarrow P_2 \Leftrightarrow \neg\ p_1 \vee p_2}$$

Una expresión **{t|P(t)}** es ***segura*** si todos los valores que aparecen en el resultado son valores del dominio de **P**. El dominio de **P** es el conjunto de todos los valores que se encuentran en una o más relaciones cuyos nombres aparecen en **P**.

3 ***Cálculo relacional de Dominios*** .-

El cálculo relacional de dominios difiere del cálculo relacional de tuplas en el empleo de ***variables de dominio*** en lugar de variables de tupla, esto es, en el uso de variables que recorren dominios en lugar de variables que recorren relaciones. Las variables de dominio toman valores del dominio de un atributo en lugar de valores de una tupla completa.

Una consulta en el cálculo relacional de dominios es de la forma:

$$\{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle \mid P(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$$

donde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ representan variables de dominio y P representa una fórmula. La expresión anterior es el conjunto de tuplas $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$ formadas por los valores de los dominios recorridos por las variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ que verifican el predicado **P**.

Los componentes de una fórmula pueden tener una de las siguientes formas:

• $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle \in R$

Donde **R** es una relación con n atributos y $x_1, x_2, \ldots, x_n$ son variables de dominio. Sean $A_1, A_2, \ldots . A_n$ los atributos de la relación **R** y $D_1, D_2, \ldots, D_n$ los dominios en los que están definidos cada uno de dichos atributos respectivamente. En la expresión anterior cada variable de dominio x_i puede tomar valores del dominio D_i restringidos a los valores que toma el atributo A_i en la relación **R**.

La condición de pertenencia anterior resulta verdadera si y sólo si existe una tupla en la relación **R** con el valor de la variable $\mathbf{x_1}$ en el atributo $\mathbf{A_1}$, el valor de la variable $\mathbf{x_2}$ en el atributo $\mathbf{A_2}$ ... y el valor de la variable $\mathbf{x_n}$ en el atributo $\mathbf{A_n}$.

- **x Θ y**

Donde **x** e **y** son variables de dominio y **Θ** es una operación de comparación ($<$, $\leq$, $=$, $\neq$, $>$, $\geq$). Los atributos correspondientes a las variables **x** e **y** deben pertenecer a los dominios cuyos valores puedan compararse mediante el operador **Θ**.

- **x Θ c**

Donde **x** es una variable de dominio, **Θ** es una operación de comparación ($<$, $\leq$, $=$, $\neq$, $>$, $\geq$) y **c** es una constante en el dominio del atributo para el cual x es una variable de dominio.

Para construir una fórmula a partir de los componentes anteriores se debe tener en cuenta las siguientes reglas:

Cada uno de los componentes descritos es una fórmula

Si $\mathbf{P_1}$ es una fórmula, entonces también lo son $\neg\ \mathbf{P_1}$ y $(\mathbf{P_1})$

Si $\mathbf{P_1}$ y $\mathbf{P_2}$ son fórmulas entonces también lo son $\mathbf{P_1} \lor \mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_1} \land \mathbf{P_2}$ y $\mathbf{P_1} \Rightarrow \mathbf{P_2}$

Si **P(x)** es una fórmula en **x**, donde **x** es una variable de dominio, entonces $\exists$ **x(P(x))** y $\forall$ **x(P(x))** también son fórmulas.

La expresión $\exists$ **x(P(x))** indica que existe un valor de la variable de dominio **x** para el cual es verdadero el predicado **P(x)**. La expresión puede estar anidada y para abreviar la notación se puede escribir :

$\exists$ **x,y,z (P(x,y,z))** en lugar de $\exists$ **x(**$\exists$ **y(**$\exists$ **z (P(x,y,z))))**

La expresión $\forall$ **x(P(x))** denota que el predicado **p(x)** es verdadero para todo valor de la variable de dominio **x**.

Una expresión $\{<x_1, x_2, \ldots , x_n> \mid P(x_1, x_2, \ldots , x_n)\}$ es ***segura*** si se cumplen las siguientes condiciones:

1.- Todos los valores que aparecen en tuplas de la expresión son valores del dominio de P.

2.- Para cada componente de la forma $\exists$ **x(P(x))** de una fórmula, éste es verdadero si y sólo si existe un valor de **x** en el dominio de **P(x)** tal que el predicado **P(x)** es verdadero.

3.- Para cada componente de la forma $\forall$ **x(P(x))** de una fórmula, éste es verdadero si y sólo si el predicado **P(x)** es verdadero para todos los valores **x** del dominio **P(x)**

El cálculo relacional restringido a expresiones seguras, el cálculo relacional de dominios restringido a expresiones seguras y el álgebra relacional son equivalentes.